Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Prévision des Contraintes Résiduelles dans les matériaux biphasés : confrontation des modèles simplifiés avec les résultats expérimentaux

Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results

S. Fréour*, D. Gloaguen*, M. François**, R. Guillén*

* Laboratoire d'Applications des Matériaux à la Mécanique (L.A.M.M.)

L.A.M.M. – C.R.T.T. – Boulevard de l'Université – BP 406 – 44602 Saint-Nazaire

Tel. : 02.40.17.26.25 Fax : 02.40.17.26.18. E mail : freour@lamm.univ-nantes.fr

** Laboratoire des Systèmes Mécaniques et d'Ingénierie Simultanée (L.A.S.M.I.S.)

L.A.S.M.I.S. – 15 Rue Marie Curie – BP 2060 – 10010 Troyes – France

Résumé

Cet article apporte une contribution à la prévision des contraintes résiduelles d'origine plastique dans les matériaux biphasés. Les performances de modèles simplifiés sont évaluées par une confrontation avec des mesures réalisées sur des aciers perlitiques prédéformés. Deux manières de piloter les modèles sont envisagées : la méthode prédictive classique et une approche inverse. Devant le constat de la trop grande raideur des modèles, une approche semi-empirique, basée sur le modèle de Dvorak et Benveniste, est proposée. Cette méthode franchit les verrous des formalismes classiques en parvenant à reproduire pour un seul jeu de paramètres d'écrouissage, les courbes de contraintes résiduelles de chacune des phases ainsi que celle correspondant au chargement imposé au polycristal biphasé.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Abstract

This article deals with the prediction of residual stresses due to plastic solicitations in two-phases materials. Reliability of simplified models is evaluated by a comparison between calculations and measurements realized on plastically pre-strained perlitic steels. Two kinds of models are investigated: the classical predictive method and inverse approaches. A semi-empiric model based on Dvorak and Benveniste formalism is proposed in order to solve the problem of the excessively high stiffness predicted by the classical models. This method improves results obtained by the others studied approaches and achieves to reproduce curves of residual stresses in each phase and macroscopic stress-strain response, for a single set of hardening parameters.

Mots clés : contraintes résiduelles, matériaux biphasés, modèles de transition d'échelle.

Keywords: residual stresses, two-phases materials, scale transition models.

Introduction

Concurrentes ou complémentaires, les méthodes expérimentales et numériques sont deux voies possibles pour la détermination des contraintes résiduelles. Le développement rapide du matériel informatique devrait rendre les approches numériques de plus en plus attractives. Ceci concerne particulièrement les matériaux biphasés parfois difficiles à analyser en pratique. Des modèles simplifiés classiques seront décrits dans le cadre d'un premier paragraphe. La question du pilotage y sera également abordée. La confrontation des résultats de la modélisation avec la réalité expérimentale sera effectuée dans une seconde partie. Ces résultats seront discutés, de manière à mettre en exergue le principal verrou : l'habituelle surestimation de la raideur du polycristal. Cette difficulté sera surmontée dans une troisième section soulignant les apports d'une solution semi-empirique, basée sur un article récent [1].

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

1 – Les modèles micromécaniques à deux phases

Les modèles à deux phases reposent sur une représentation d'un matériau biphasé à deux échelles seulement : l'échelle pseudo-macroscopique ou échelle de la phase et l'échelle macroscopique, qui représente le comportement du polycristal. Cette hypothèse simplificatrice exclut la prise en compte des propriétés cristallines : anisotropie et texture d'orientation. Elle exclut également les effets de morphologie ou de répartition des phases telles que la percolation d'une ou des deux phases

1 – 1 Hypothèses constitutives des deux grandes classes de modèles envisagées

Les modèles à deux phases se distinguent les uns des autres par les hypothèses de base sur lesquelles ils reposent. Ces dernières définissent les mécanismes physiques intégrés dans ces formalismes. Dans cette étude, on décrira les propriétés de deux classes de modèles : les modèles de type auto-cohérent de Kröner et Eshelby étendus à la plasticité (ACKE) *[2, 3]* et le modèle de Zaoui et Berveiller (ZB) *[4, 5]*. Ce dernier a été décrit, dans la présente étude, par l'intermédiaire des modules tangents. Les critères significatifs retenus pour chacun des modèles sont données dans le tableau 1 ci-dessous. En ce qui concerne les modèles ACKE, l'évaluation des modules élastoplastiques suit les équations indiquées en *[6]* pour une linéarisation de type sécante. Cette méthode a été étendue au calcul des modules tangents. L'anisotropie plastique éventuellement prise en compte dans les simulations est induite par l'écoulement plastique uniquement. Ceci exclut les phénomènes liés à l'activation des systèmes de glissements, dont la représentation nécessite le passage à une analyse polycristalline des phases.

1 – 2 La question du pilotage : modèles prédictifs et inverses

Habituellement, les modèles sont pilotés à partir de l'échelle la plus basse aussi désignée par la dénomination « volume de base ». Dans notre cas, il s'agira alors de l'échelle de la phase, dont les propriétés et les états mécaniques seront qualifiés de pseudo-macroscopiques. La méthode usuelle suppose connue la loi d'évolution des modules élastoplastiques de cette inclusion élémentaire. Ceux du polycristal sont ensuite déduits à la suite d'opérations d'homogénéisation. Cette démarche est prédictive.

Il est également habituel d'exprimer la loi d'écrouissage d'une phase en fonction de ses seuls états mécaniques propres. Pour fixer les idées, prenons le cas de la phase α et d'une loi de Ludwik, dans le cas d'une sollicitation macroscopique uniaxiale. On aura alors $\sigma_{11}^{\alpha} = \sigma_0^{\alpha} + h^{\alpha}\left(\varepsilon_{11p}^{\alpha}\right)^{n^{\alpha}} = Y_s^{\alpha}\varepsilon_{11}^{\alpha}$ avec Y_s^{α} le module sécant élasto-plastique de la phase $\alpha, \sigma_0^{\alpha}$ sa limite d'élasticité, h^{α} son module d'écrouissage isotrope et n^{α} son coefficient d'écrouissage. Ce formalisme est anodin si on considère une phase pure. Dans le cas d'un système biphasé, plusieurs difficultés se manifestent cependant. Il est à priori impossible d'imposer simultanément les contraintes ou les déformations dans chacune des phases plastifiées. Dans ce cas, le chargement devra s'effectuer à partir de l'échelle macroscopique au travers des lois de localisation. Mais, la détermination des modules effectifs et des états mécaniques pseudomacroscopiques dépendra alors d'une approche itérative (pour une contrainte macroscopique donné). Cette méthode est lourde en temps de calcul. De manière générale, on préconise donc de considérer comme parfaitement élastique la phase dont la limite d'élasticité est la plus grande. Nous désignerons cette phase par l'exposant β. Cette hypothèse a déjà été mise en œuvre *[7, 8]*. Elle revient à imposer l'identité des modules élastiques et élasto-plastiques pseudo-macroscopiques de la phase β. Le pilotage en contraintes ou en déformations depuis la phase α plastifiée simplifie l'algorithme de calcul des modules élastoplastiques.

On peut envisager une autre méthode pour piloter les modèles de calcul. Les grandeurs accessibles à l'expérience étant les états mécaniques macroscopiques, il est aisé de calculer en tout point de la courbe de chargement les modules élastoplastiques du polycrystal. Moyennant l'hypothèse d'un comportement purement élastique pour la phase β, on peut expliciter le tenseur de rigidité de la phase α plastifiée. C'est la méthode inverse. La démarche présentée pour les modèles auto-cohérents en élasticité dans *[9]* s'applique à la présente étude, à condition de remplacer les modules élastiques **C** et $\mathbf{C}^{\alpha}$ par leurs homologues **L** et $\mathbf{L}^{\alpha}$. Cette méthode paraît plus simple à mettre en œuvre. Cependant, elle se révèle délicate en pratique, car aucune des équations constitutives ne garantit que l'inéquation $L^{\alpha}_{11} \geq L^{\alpha}_{12}$ soit vérifiée. Or, cette condition est pourtant impérative pour que la phase conserve un écrouissage positif (à l'image du système biphasé). Ce défaut peut être attribué à la trop grande rigidité des modèles auto-cohérents. Le paragraphe suivant décrit les résultats obtenus suivant ces deux types de pilotage.

2 – Mise en œuvre des modèles

2 – 1 Confrontation avec l'expérience

Les modèles décrits au §1 ont été mis en œuvre pour simuler le comportement élastoplastique d'aciers perlitiques (aciers à rails de chemin de fer) soumis à une sollicitation de traction uniaxiale. Les travaux de Belassel fournissent une précieuse base de données expérimentales à confronter aux simulations *[7, 8]*, pour des aciers comprenant une fraction volumique de 12% de cémentite. Les propriétés liées aux anisotropies de textures ne pouvant pas être intégrées dans le modèle de Zaoui et Berveiller, il nous a paru préférable de spécifier des conditions expérimentales compatibles avec ses hypothèses fondamentales. Cela justifie que le cas de la perlite globulaire ait été retenu, pour conserver l'isotropie morphologique.

La cémentite a été considérée comme purement élastique. Ceci est généralement admis aux faibles déformations plastiques, pour une microstructure de ce type *[10, 11]*. Les constantes élastiques des deux phases, identiques pour chaque modèle, sont indiquées dans le tableau 2. La question de l'écart entre les modules élastiques de la ferrite et de la cémentite ne sera pas abordée ici. Le lecteur intéressé par cette thématique pourra par exemple se référer à *[12]*.

Les paramètres de la loi d'écrouissage de la ferrite, c'est à dire le module d'écrouissage isotrope constant h^{α} et le coefficient n^{α} de la loi de Ludwik ont été optimisés de manière à reproduire convenablement la courbe de traction du matériau Par ailleurs, la limite d'élasticité de la ferrite a été assumée identique dans chaque cas : $\sigma_0^{Fe\alpha} = 480\,\text{MPa}$. La figure 1 explicite les résultats donnés par l'approche prédictive. La figure 2 synthétise les résultats significatifs obtenus suivant l'approche inverse.

2 – 2 Etude comparative et discussion

Les modèles reproduisent assez correctement la courbe de chargement macroscopique servant de référence. En petites déformations plastiques, le modèle de Zaoui et Berveiller simule des contraintes résiduelles pseudo-macroscopiques conformes aux observations expérimentales. Cependant, il ne reproduit pas la saturation observée aux grandes déformations plastiques. Les écarts avec l'expérience croissent alors de manière extrêmement importante. On notera également que ce modèle est le seul à surestimer les hétérogénéités de contraintes résiduelles pseudo-macroscopiques. Les modèles ACKE reproduisent mieux l'allure générale des tracés expérimentaux, et notamment la saturation de la contrainte résiduelle pseudo-macroscopique. Cependant, ces modèles ont tendance à sous-estimer plus ou moins fortement les niveaux observés en pratique. Ceci s'explique par l'incapacité de ces modèles à rendre compte des redistributions de contraintes dues à la plasticité dans des régions où existent des gradients de

contraintes locales. Ce point est d'ailleurs discuté depuis quelques années. Le lecteur pourra par exemple se référer à l'article de synthèse *[15]*. On remarquera que les approches tangentes et sécantes isotropes sont loin d'être équivalentes en termes de contraintes résiduelles. Ceci provient notamment de la propagation des erreurs numériques, défaut inévitable des méthodes incrémentales. D'autre part, les modules élasto-plastiques tangents de la ferrite tendent très rapidement vers le plateau asymptotique pour lequel $L_{11}^{\alpha} \approx L_{12}^{\alpha}$. Cela explique pourquoi la contrainte résiduelle pseudo-macroscopique rejoint plus rapidement son seuil de saturation. La prise en compte de l'anisotropie plastique permet manifestement de résoudre ce défaut. Néanmoins, le rapport entre les contraintes résiduelles expérimentales et simulées reste voisin de deux. D'après la bibliographie, les formulations affines qui n'ont pas été envisagées ici, n'assouplissent les modules macroscopiques effectifs que de quelques pourcents *[15, 16]*. Cette remarque exclut l'éventualité de reproduire parfaitement l'expérience au travers de cette méthode de linéarisation.

Les approches inverses permettent manifestement d'améliorer les résultats. Ceci provient du fait que la méthode exacerbe la souplesse de la phase plastifiée. Cependant, des écarts persistent et les difficultés liées à la vérification des critères physiques sur les composantes du module élasto-plastique de la ferrite réduit considérablement l'intérêt de cette approche. Et cela, d'autant plus que le prochain paragraphe détaille des solutions plus pertinentes.

3 – Une solution possible : description d'une méthode semi-empirique

3 - 1 Introduction - le modèle TFA de Dvorak et Benveniste

Récemment, les travaux de Dvorak et Benveniste ont permis des progrès notables concernant l'élastoplasticité des milieux multiphasés *[17, 18]*. Les auteurs y introduisent de nouvelles fonctions représentant l'influence des hétérogénéités interphase sur la localisation à l'échelle

pseudo-macroscopique des sollicitations macroscopiques. Ces hétérogénéités de comportement sont considérées, quelle que soit leur origine (transformations de phase, thermique, inélastique), comme des déformations ou contraintes additionnelles se superposant aux grandeurs macroscopiques correspondantes. L'analyse des champs de transformation reprend les principes d'une accommodation élastique mais introduit un nombre suffisant de « déformations propres » pour représenter les états inélastiques locaux. C'est le modèle TFA (Transformation Field Analysis).

3 - 2 Les limites du modèle – la correction phénoménologique

Dans deux articles récents *[1, 19]*, les auteurs constatent que la solution développée par Dvorak s'apparente aux formulations sécantes, tangentes et affines, dans le sens où le polycristal modèle manifeste une rigidité supérieure à celle mesurée en pratique. Les auteurs expliquent ce phénomène en rappelant que les lois de localisation de type élastique étendues à la plasticité exacerbent la rigidité macroscopique déduite de l'homogénéisation des propriétés des phases, comme nous l'avons observé pour les modèles ACKE. Pour franchir ce verrou, Chaboche propose une modification « plus ou moins phénoménologique » du le modèle de Dvorak. Cette apport consiste à introduire des facteurs de correction notés $\mathbf{K}^{\alpha}$ et $\mathbf{K}^{\alpha*}$, par exemple, pour la phase α. Ces facteurs sont intégrés dans la loi de localisation élastique, de manière à pondérer la déformation plastique pseudo-macroscopique.

Les graphes de la figure 3 indiquent les résultats obtenus dans le cas de la perlite. Pour un même jeu de paramètres d'écrouissage, il est désormais possible de reproduire simultanément les courbes de contraintes résiduelles pseudo-macroscopiques et la courbe de chargement du polycristal.

L'approche phénoménologique de Chaboche et al., si elle n'est ni complètement satisfaisante (car elle ne respecte pas les lois de moyenne de Hill), ni totalement prédictive, apporte une

solution au problème de la trop grande rigidité des formalismes de type auto-cohérent. A ce niveau, l'apport de Chaboche peut-être comparé aux travaux de Baczmanski et al [20]. Ces auteurs préconisent l'introduction d'un facteur d'échelle constant q obtenu en fittant les courbes sin²ψ expérimentales (exp) et théoriques (th) : $\varepsilon_{\varphi,\psi}^{\exp} = q\varepsilon_{\varphi,\psi}^{\text{the}}$. L'existence du facteur q du modèle de Baczmanski comme celle des facteurs de correction **K** et $\mathbf{K}^*$ du modèle de Chaboche est fondée sur la volonté d'imposer au modèle de reproduire fidèlement l'expérience. Pour l'instant, ceci implique d'intégrer dans le formalisme des paramètres empiriques supplémentaires. Il serait à présent intéressant de vérifier que les facteurs d'accommodation déterminés à l'échelle pseudo-macroscopique pour le modèle TFA modifié donnent des résultats pertinents, par exemple sur les courbes en sin²ψ. Une telle étude permettrait de valider complètement l'approche proposée dans le présent article.

Conclusion – perspectives

Cet article confronte les performances de divers modèles de transition d'échelle à deux phases. Les approches classiques prédictives ne reproduisent pas convenablement les courbes de contraintes résiduelles et la loi de comportement contraintes/déformations d'un matériau biphasé. Ceci provient essentiellement de la trop grande rigidité des modèles. Une inversion de ces derniers améliore les résultats en accroissant la souplesse de la phase plastifiée. Cependant, seules les nouvelles approches semi-empiriques, couplant en fait les avantages des approches inverses et prédictives donnent des résultats pertinents. Ces méthodes devraient offrir des perspectives intéressantes, à condition de les étendre à une échelle plus fine : celle des cristallites. Il serait alors possible d'introduire complètement les effets de texture et d'étudier l'anisotropie des plans cristallins pour obtenir des informations sur les systèmes de glissement à l'origine de la déformation plastique.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Références bibliographiques

[1] Chaboche J.L., Kruch S., Maire J. F. et Pottier T., « Towards a micromechanics based inelastic and damage modeling of composites », *Int. Journal of Plasticity* **17** (2001), p. 411-439

[2] Kröner E., « Zur plastischen verformung des vielkristalls », *Acta Metall.* **9** (1961), p. 155-165.

[3] Hill R., « Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals », *J. Mech. Phys. Solids* **13** (1965), p. 89-101.

[4] Berveiller M. et Zaoui A., « A simplified self consistent scheme for the plasticity of two-phase metals », *Res. Mechanica Letters* **1** (1981), p. 119-124.

[5] Berveiller M. et Zaoui A., « Modelling of the plasticity and the texture development of two-phase metals, Deformation of multiphase and particle containing materials », J.B. Bilde Sørensen, N. Hansen, A. Horsewell, T. Leffers and H. Lilholt (eds), Risø National Laboratory, Roskilde (Denmark) (1983), p. 153-160.

[6] Qiu Y. P. et Weng G. J., « The influence of inclusion shape on the overall elastoplastic behavior of a two-phase isotropic composite », *Int. J. Solids Structures* **27**, n° 12 (1991), p. 1537-1550.

[7] Belassel M., « Etude de la distribution des contraintes d'ordre I et II par diffraction des rayons X dans un acier perlitique », *Thèse de doctorat de l'ENSAM*, Paris, (1994).

[8] Belassel M., Lebrun J. L., Denis S., Gautier E. et Bettembourg J. P., « Effect of thermal and mechanical loading on the generation of macro and micro stresses in eutectoid steel », *Proc. ICRS 4* (1994), p. 392-401.

[9] Fréour S., Gloaguen D., François M., Guillén R., Girard E., Bouillo J., « Determination of the macroscopic elastic constants of a phase embedded in a multiphase polycrystal –

application to the β–phase of a Ti-17 titanium based alloy », *Mat. Sci. For.* **404-407** (2002), p. 723-728.

[10] Langford G., « Deformation of pearlite », *Met. Trans.* **8A** (1977), p. 861 (ref. indirecte).

[11] Belassel M., Lebrun J. L., et Bettembourg J. P., «Effect of low cycle fatigue on residual stresses evolution in an eutectoid steel – study of the Bauschinger effect by X Ray Diffraction », Proc. ICRS 4 (1994), p. 844-853.

[12] Fréour S., « Application des modèles de transition d'échelle à la détermination des contraintes internes par diffraction des rayons X, cas des matériaux biphasés », *thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes*, à paraître.

[13] Mizubayashi H., Li S. J., Yumoto H. et Shimotomai M., « Young's modulus of single phase cementite », *Scripta Materialia* **40**, n°7 (1999), p. 773-779.

[14] Noyan I. et Cohen J., « Residual Stress Measurement by Diffraction and Interpretation », Springer Verlag, New York, (1987).

[15] Masson R. et Zaoui A., « Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behaviour of polycrystalline materials », *J. Mech. Phys. Solids* **47** (1999), p. 1543-1568.

[16] Masson R., Bornert M., Suquet P. et Zaoui A., « An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals », *J. Mech. Phys. Solids* **48** (2000), p. 1203-1227.

[17] Dvorak G. J., « Transformation field analysis of inelastic composite materials », *Proc. Roy. Soc. Lond.* **A 437** (1992), p. 311-327.

[18] Dvorak G. J. et Benveniste Y., « On transformation strains and uniform fields in multiphase elastic media », *Proc. Roy. Soc. Lond.* **A 437** (1992), p. 291-310.

[19] Chaboche J. L., Kruch S., Maire J. F. et Pottier T., « Micromechanics based modelling of inelasticity and damage in MMC's », *Proc. Plasticity'99*, Cancun, 5 au 13 janvier (1999), p. 705-708.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

[20] Baczmanski A. et Skrzypek S. J., « Application of Non-linear $Sin^2\psi$ Method for Stress Determination Using X-ray Diffraction », *Mat. Sci. For.* **404-407** (2002), p. 29-34.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Légendes des figures

Figures captions

Figure 1 : Comparaison des simulations suivant les modèles prédictifs avec les courbes expérimentales.

Figure 1: Comparison between predictive models and experimental curves.

Figure 2 : Comparaison des simulations suivant les modèles inverses avec les courbes expérimentales.

Figure 2: Comparison between inverse models and experimental curves.

Figure 3 : Comparaison des simulations suivant le modèles TFA corrigé avec les courbes expérimentales.

Figure 3: Comparison between corrected TFA model and experimental curves.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Légendes des tableaux

Tables captions

Tableau 1 : hypothèses et conditions des codes de calcul.

Table 1: Assumptions and conditions taken into account in the various models.

Tableau 2 : constantes élastiques de la matrice perlitique et des inclusions de cémentite ou de ferrite.

Table 2: elasticity constants for perlitic matrix and cementite or ferrite inclusions.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Figures

Figures

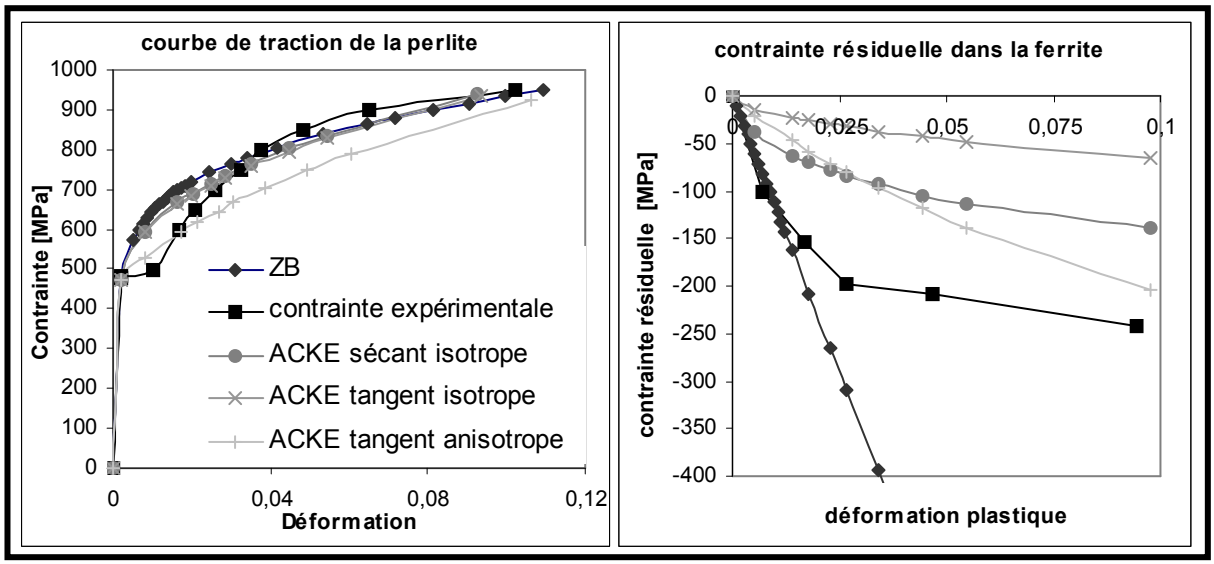

Figure 1 : Comparaison des simulations suivant les modèles prédictifs avec les courbes expérimentales.

Figure 1: Comparison between predictive models and experimental curves.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

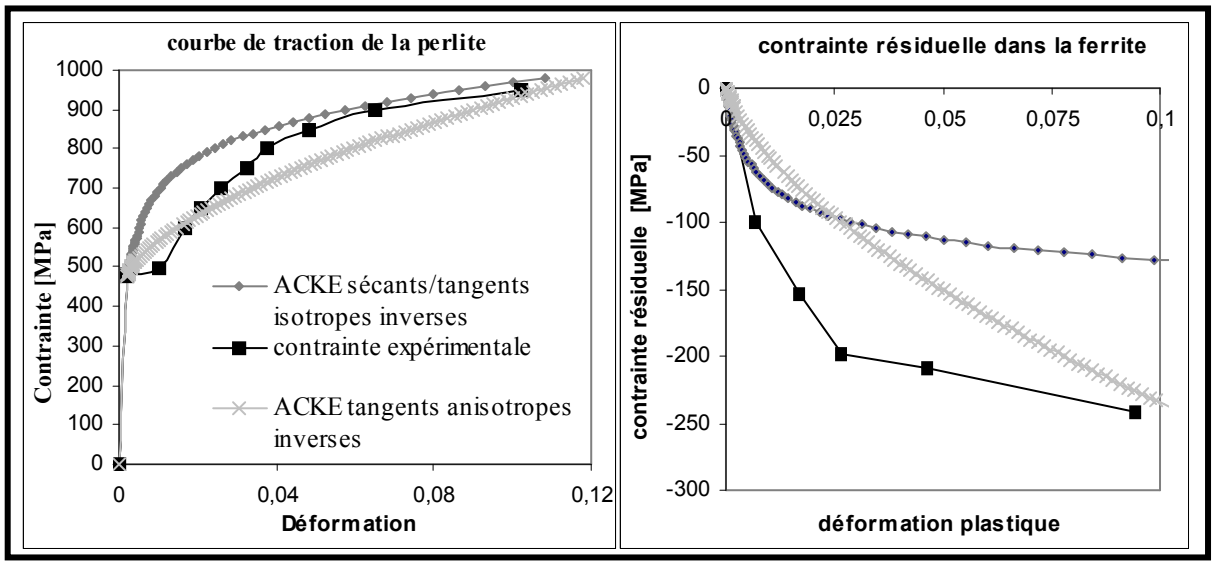

Figure 2 : Comparaison des simulations suivant les modèles inverses avec les courbes expérimentales.

Figure 2: Comparison between inverse models and experimental curves.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

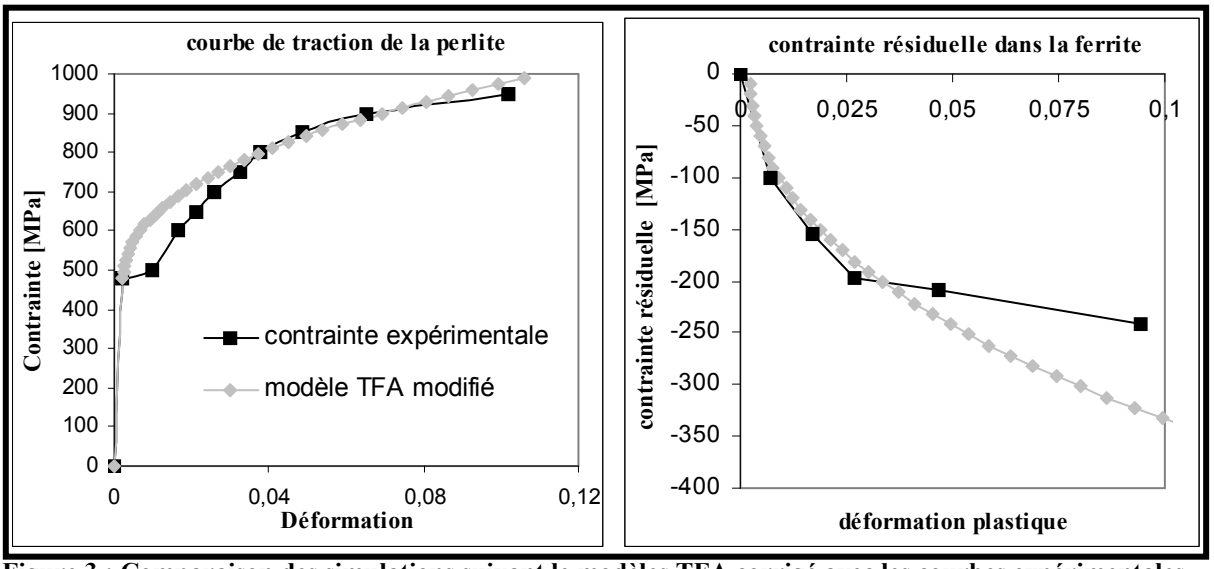

Figure 3 : Comparaison des simulations suivant le modèles TFA corrigé avec les courbes expérimentales.

Figure 3: Comparison between corrected TFA model and experimental curves.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Tableaux

Tables

Modèle		Méthode de linéarisation	Etats mécaniques	Anisotropie plastique
ZB		Modules tangents	Scalaires	Non
ACKE	1	Modules sécants	Tenseurs	Non
	2	Modules tangents	Tenseurs	Non
	3	Modules tangents	Tenseurs	Oui

Tableau 1 : hypothèses et conditions des codes de calcul suivant le modèle de calcul.

Table 1: Assumptions and conditions taken into account in the various models.

Fréour, S., Gloaguen, D., François, M., Guillén, R. (2004). Prediction of residual stresses in two-phases materials: comparison between simplified models and experimental results, *Matériaux et Techniques*, **n°3-4**, 70-74.

Matériau	Référence	C_{11} [GPa]	C_{12} [GPa]	Y [GPa]	ν
Cémentite	*[13]*	210,7	74,7	171,5	0,262
Ferrite	*[12]*, d'après *[14]*	281,1	116,6	212,7	0,293
Perlite	*[12]*	271,4	110,5	207,4	0,289

Tableau 2 : constantes élastiques de la matrice perlitique et des inclusions de cémentite ou de ferrite.

Table 2: elasticity constants for perlitic matrix and cementite or ferrite inclusions.